**BÀI TẬP HÌNH HỌC**

**Bài 1:**

Cho N điểm, hãy kiểm tra xem có bao nhiêu bộ 3 điểm thẳng hàng.

***Input***: Cho trong tệp văn bản DL.Inp

- Dòng thứ 1 ghi số N

- N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi toạ độ của một điểm.

***Output***: Ghi vào tệp KQ.OuT chứa một số duy nhất là số bộ 3 điểm thẳng hàng.

*(Giới hạn: 1<=N<=2000, toạ độ các điểm có giá trị tuyệt đối không quá 10000)*

|  |  |
| --- | --- |
| DL.INP | KQ.OUT |
| 6  0 0  0 1  0 2  1 1  1 2  2 2 | 3 |

**Ý tưởng:**

Duyệt n điểm, với mỗi điểm i ta:

* Duyệt các điểm j <> i rồi tính vector ij lưu lại vào 1 mảng ss[]
* Sort lại mảng ss[]
* 3 điểm i,j,k thẳng hàng nếu vector ij = vector ik

**Bài 2: Đếm số điểm có toạ độ nguyên thuộc đa giác**

|  |  |
| --- | --- |
| DL.INP | KQ.OUT |
| 4  0 0  3 3  4 0  2 1 | 8 |

Cho đa giác gồm n đỉnh (x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn), biết (2<n<104), xi và yi(i=1,...,n) là các số nguyên trong đoạn [-106,106]. Các đỉnh được liệt kê theo thứ tự cùng chiều kim đồng hồ. Viết chương trình tìm số điểm có toạ độ nguyên nằm trong hay trên biên đa giác.

***Dữ liệu***: Cho trong tệp tin DL.INP.

- Dòng đầu chứa số nguyên duy nhất cho biết số đỉnh.

- Tiếp theo là các dòng, trên mỗi dòng có 2 số nguyên cách nhau một khoảng trắng lần lượt là hoành độ, tung độ các đỉnh đa giác.

***Kết quả***: Xuất ra màn hình số điểm có toạ độ nguyên nằm trong hay trên biên đa giác

* Ý tưởng:

- Tính a,b theo công thức:





- Xác định số điểm có toạ độ nguyên: Sđ=round(abs(a/2)+b/2+1)

**Bài 3: D·y h×nh ch÷ nhËt**

|  |  |
| --- | --- |
| HCN.inp | HCN.out |
| 5  -3 -4 0 -2  -6 -4 0 0  -6 -2 -3 0  0 0 7 7  -6 0 0 7 | -3 -4 0 -2  -6 -2 -3 0  -6 -4 0 0  -6 0 0 7  0 0 7 7 |

Trong mặt phẳng toạ độ trực chuẩn, cho N h×nh chữ nhật cã c¸c cạnh song song với trục toạ độ. Mỗi HCN được x¸c định bởi toạ độ đỉnh dưới bªn tr¸i và đỉnh trªn bªn phải của nã. H·y ®­a ra d·y c¸c h×nh ch÷ nhËt theo thø tù t¨ng dÇn diÖn tÝch .

***Dữ liệu:*** Cho trong file HCN.inp gồm N+1 dßng.

- Dßng 1. Chứa số N

-Dßng i+1 (1≤i≤N): Ghi 4 số nguyªn x1,y1,x2,y2 lần lượt là toạ độ đỉnh dưới bªn tr¸i và đỉnh trªn bªn phải cña HCN i. (C¸c số ghi trªn một dßng c¸ch nhau Ýt nhất một dấu c¸ch)

***Kết quả***: Ghi vµo tÖp HCN.out d·y c¸c h×nh ch÷ nhËt sau khi s¾p xÕp.

* ý t­ëng:

- L­u to¹ ®é c¸c ®Ønh ®a gi¸c vµo m¶ng *a*

- TÝnh diÖn tÝch h×nh ch÷ nhËt theo c«ng thøc:



- S¾p xÕp m¶ng a t¨ng dÇn theo diÖn tÝch

**Bài 3: DiÖn tÝch phñ bëi c¸c h×nh ch÷ nhËt**

Trong mặt phẳng toạ độ trực chuẩn, cho N(N<=3000) hình chữ nhật có các cạnh song song với trục toạ độ. Mỗi HCN được xác định bởi toạ độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của nó. Hãy tính diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi các HCN trên.

|  |  |
| --- | --- |
| HCN.inp | Kết quả |
| 5  -3 -4 0 -2  -6 -4 0 0  -6 -2 -3 0  0 0 7 7  -6 0 0 7 | 115 |

***Dữ liệu:*** Cho trong file HCN.inp gồm N+1 dòng.

- Dòng 1: Chứa số N

-Dòng i+1 (1≤i≤N): Ghi 4 số nguyên x1,y1,x2,y2 lần lượt là toạ độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của HCN i.

Các số ghi trên một dòng cách nhau ít nhất một dấu cách.

***Kết quả***: Đưa ra màn hình diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi hình chữ nhật trên.

**Ý tưởng:**

- Lập mảng X[1..2n], Y[1..2n] lần lượt chứa hoành độ, tung độ các hình chữ nhật

- L­u to¹ ®é ban ®©u c¸c h×nh ch÷ nhËt vµo m¶ng a

- Sắp xếp mảng X,Y tăng dần

- Lần lượt kiểm tra các hình chữ nhật có toạ độ đỉnh trên bên phải (xi+1,yi+1) và toạ độ đỉnh dưới bên phải là (xi,yi) với 1≤i≤n-1. Nếu hình chữ nhật này thuộc một trong các hình chữ nhật ban đầu thì cộng thêm vào phần diện tích đang cần tìm diện tích của hình chữ nhật con này.

**Bài 4** **Phủ S**

Trên mặt phẳng tọa độ, một hình chữ nhật với các cạnh song song với các trục toạ độ được xác định bởi hai điểm đối tâm: đỉnh góc trên bên trái và đỉnh góc dưới bên phải. Cho N hình chữ nhật song song với các trục toạ độ. Phủ S của các hình chữ nhật có diện tích nhỏ nhất chứa N hình chữ nhật đã cho.

|  |  |
| --- | --- |
| PhuS.INP | PhuS.OUT |
| 2  1 4 3 1  2 3 4 2 | 1 4 4 1 |

***Dữ liệu vào***: Đọc từ tệp PHUS.INP có cấu trúc:

- Dòng đầu tiên chứa N (N ≤3000);

- Trong N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 4 số là toạ độ của hai đỉnh đối tâm của một hình chữ nhật, các số này là các số nguyên có trị tuyệt đối không quá 100.

***Kết quả***: Ghi ra tệp văn bản PHUS.OUT

Một dòng duy nhất ghi toạ độ hai đỉnh đối tâm của phủ S các hình chữ nhật

Ý tưởng:

- Xác định hình chữ nhật H nhỏ nhất bao tất cả các hình chữ nhật ban đầu:

Gọi minx,maxx lần lượt là hoành độ nhỏ nhất và lớn nhất trong các hoành độ các đỉnh hình chữ nhật đã cho; miny, maxy lần lượt là tung độ nhỏ nhất và lớn nhất trong các tung độ các đỉnh hình chữ nhật đã cho. Khi đó hình H có toạ độ đỉnh dưới trái là (minx,miny) và đỉnh trên phải là (max,maxy). Đó là phủ S cần tìm.

**Bài 5: Diện tích phủ bởi các hình tròn**

Trên mặt phẳng cho N (N<=3000) hình tròn. Tính diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi các hình tròn trên.

***Dữ liệu***: Cho trong file HINHTRON.INP dòng đầu là số lượng hình tròn, từ dòng thứ 2 trở đi mỗi dòng chứa 3 số nguyên dương là tọa độ x, y của tâm và bán kính của từng hình tròn (các số trên cùng một dòng ghi cách nhau ít nhất 1 dấu cách)

|  |  |
| --- | --- |
| HINHTRON.INP | KÕt qu¶: |
| 2  1 1 1  1 1 2 | Dien tich: 12.51 |

***Kết quả:*** Xuất ra màn hình

* ***Ý tưởng***:

- Tìm hình chữ nhật nhỏ nhất có các cạnh song song với các trục toạ độ và chứa toàn bộ N hình tròn

- Chia hình chữ nhật này thành lưới các ô vuông có cạnh 0.1 đơn vị, với mỗi ô thuộc hình chữ nhật kiểm tra xem ô này có thuộc vào hình tròn nào đó hay không, nếu có thì tăng diện tích cần tính lên 0.01 đơn vị.

**Bài 6: Bao lồi đa giác.**

|  |  |
| --- | --- |
| dagiac.inp | dagiac.out |
| 5  0 1  4 4  0 4  4 0  2 2 | 4 15.12 14.00  0 1  0 4  4 4  4 0 |

Cho N điểm A1, A2, ..., AN trên mặt phẳng. Các điểm đều có toạ độ nguyên và không có 3 điểm bất kỳ trong chúng thẳng hàng. Hãy viết chương trình thực hiện các công việc sau đây: Xác định một đa giác không tự cắt có đỉnh là một số điểm trong các điểm đã cho và chứa tất cả các điểm còn lại và có chu vi nhỏ nhất. Hãy tính diện tích đa giác này.

***Dữ liệu***: cho trong tệp dagiac.INP gồm n+1 dòng

+ Dòng 1: Chứa số N

+ Dòng i+1 (1≤ i ≤ N): Ghi 2 chữ số nguyên xi,y­i là toạ độ đỉnh Ai.

Các số trên cùng một dòng cách nhau một khoảng trắng.

***Kết quả***: Xuất ra tệp dagiac.Out

+ Dòng 1: Ghi 3 số K, V, S với K là số đỉnh đa giác tìm được, V là chu vi, S là diện tích của nó.

+ Dòng i+1(1≤ i ≤ K): Ghi toạ độ của đỉnh đa giác.

* ***Ý tưởng***:

- Tìm điểm có tung độ nhỏ nhất. Điểm đó sẽ là đỉnh đa giác

- Giả sử ta đã chọn được điểm PM. Tìm điểm Pi sao cho góc hợp bởi PMPi và trục hoành là nhỏ nhất và đồng thời góc này phải lớn hơn góc hợp bởi PMPM-1 và trục hoành. Điểm Pi sẽ là một đỉnh của đa giác hoặc dùng thuật toán graham tính bao lồi tính chu vi và diện tích của bao lồi đó.

**Bài 7: Đa giác bao nhau**

Cho N đa giác thoả mãn các tính chất

- Với 2 đa giác bất kỳ luôn có một đa giác mà mọi điểm của nó nằm trong đa giác kia.

- Các cạnh của chúng không có điểm chung.

|  |  |
| --- | --- |
| Dagiac.INP | Dagiac.OUT |
| 4  4 1 1 15 1 15 8 1 8  4 9 3 9 6 4 6 4 3  4 3 2 11 2 11 7 3 7  3 8 4 8 5 6 5 | 0  2  1  3 |

Bài toán đặt ra là: Với mỗi đa giác i, có bao nhiêu đa giác bao nó? (i nằm trong bao nhiêu đa giác)

***Dữ liệu vào***: Ghi trong tập tin văn bản Dagiac.Inp.

- Dòng đầu tiên ghi số tự nhiên N (3=N=10000).

- Trên N dòng tiếp theo: Dòng thứ i+1 ghi thông tin về đa giác có số hiệu thứ i. Bao gồm số đầu tiên Si là số đỉnh của đa giác (Si=3), Si cặp số nguyên tiếp theo lần lượt là hoành độ và tung độ các đỉnh của đa giác.

Các số trên cùng dòng cách nhau bởi ít nhất một khoảng trắng.

***Dữ liệu ra***: Ghi trong tập tin Dagiac.Out

- Gồm N dòng

- Dòng thứ i: Ghi số lượng đa giác bao đa giác i.

* ***Ý tưởng***:

- Sử dụng các mảng a,vt,kq (với a[i] lưu giá trị hoành độ nhỏ nhất của các đỉnh của đa giác thứ i, vt[i] chỉ đa giác thứ i, mảng kq lưu kết quả)

- Thực hiện sắp xếp các đa giác theo thứ tự tăng dần của giá trị hoành độ nhỏ nhất của các đỉnh của các đa giác.

- Do theo điều kiện bài toán là với 2 đa giác bất kỳ luôn có một đa giác mà mọi điểm của nó nằm trong đa giác kia nên KQ[vt[i]] =i-1.

**Bài 8: Hình chữ nhật bao nhau**

|  |  |
| --- | --- |
| HCN.INP | HCN.OUT |
| 6  1 5 2 2  2 4 3 3  1 5 5 2  4 3 8 1  5 6 8 4  6 6 8 5 | 2 |

Cho N hình chữ nhật trên mặt phẳng mà các cạnh song song với các trục toạ độ. Biết hình chữ nhật i bao hình chữ nhật j nếu cả 4 đỉnh của hình chữ nhật j đều nằm trong hình chữ nhật i hoặc nằm trên cạnh của hình chữ nhật i.

Một dãy các hình chữ nhật được gọi là hình chữ nhật bao nhau chiều dài k (k≥1) nếu dãy này gồm các hình chữ nhật H1, H2, ..., Hk sao cho hình chữ nhật i bao hình chữ nhật i+1 với i=1 ... (k-1). Hãy tìm số k lớn nhất nói trên.

***Dữ liệu vào***: Được cho trong tập tin HCN.INP

- Dòng thứ nhất ghi số N (1=N=1000).

- N dòng tiếp theo, dòng thứ i ghi 4 số nguyên x1, y1, x2, y2 (-10000< x1,y1,x2,y2<10000) lần lượt là hoành độ, tung độ các đỉnh trái trên, phải dưới của hình chữ nhật.

***Kết quả:*** Được ghi vào tệp văn bản HCN.OUT gồm một dòng chứa số nguyên duy nhất là số k tìm được hoặc số -1 nếu không tồn tại số k thoả điều kiện đề bài.

* ***Ý tưởng***:

- Tính diện tích các hình chữ nhật (HCN)

- Sắp xếp lại các HCN theo thứ tự không giảm của diện tích các HCN

- Lập hàm kiểm tra HCN i bao HCN j, thoả mãn điều kiện:

(x1[i]<=x1[j]) and (y1[i]>=y1[j]) and (x2[i]>=x2[j]) and (y2[i]<=y2[j])

- Xác định số lượng các HCN bao HCN i và lưu vào phần tử mảng kq[i] biết rằng: nếu <HCN i bao HCN j > thì kq[i]:=kq[j]+1.

**Bài 9: Kho¶ng c¸ch xa nhÊt cña ®a gi¸c**

Cho mét ®a gi¸c låi P cã n ®Ønh (n ≤ 50000), víi c¸c ®Ønh cã to¹ ®é nguyªn. h·y x¸c ®Þnh kho¶ng c¸ch gi÷a 2 ®iÓm xa nhau nhÊt thuéc ®a gi¸c låi P ®· cho.

|  |  |
| --- | --- |
| Dacgiac.in | Dagiac.out |
| 3  0 0  1 0  0 1 | 1.4142 |

***D÷ liÖu vµo:*** D÷ liÖu vµo nhËp tõ file dagiac.in. Dßng ®Çu tiªn ghi sè n. N dßng tiÕp theo, mçi dßng ghi 2 sè x, y lµ to¹ ®é mét ®Ønh cña ®a gi¸c (-10000 ≤ x, y ≤ 10000). C¸c ®Ønh ghi theo chiÒu ng­îc cña kim ®ång hå.

***KÕt qu¶:*** KÕt qu¶ ghi ra c¸c file dagiac.out gåm 1 sè duy nhÊt lµ kho¶ng c¸ch cÇn t×m. KÕt qu¶ chÝnh x¸c ®Õn 4 ch÷ sè sau dÊu phÈy (hoÆc chÊm).

* ý t­ëng:

- §­êng th¼ng d ®­îc gäi lµ ®­êng th¼ng "®Æc biÖt" nÕu d cã ®iÓm chung víi ®a gi¸c P vµ toµn bé P n»m vÒ mét phÝa cña d

- Hai ®Ønh u vµ v cña ®a gi¸c P ®­îc gäi lµ mét cÆp ″ch©n chèng″ nÕu qua chóng cã thÓ vÏ ®­îc 2 ®­êng th¼ng ″®Æc biÖt″ song song víi nhau.

- Kho¶ng c¸ch gi÷a 2 ®iÓm xa nhau nhÊt thuéc ®a gi¸c låi P lµ kho¶ng c¸ch gi÷a 2 ®­êng ″®Æc biÖt″ xa nhau nhÊt.

**Bài 10: §o¹n th¼ng nh×n thÊy**

Trªn mÆt ph¼ng to¹ ®é cho N ®o¹n th¼ng (1≤N≤100).To¹ ®é c¸c ®iÓm ®Çu, cuèi cña N ®o¹n th¼ng nµy lµ c¸c sè nguyªn kh«ng ©m nhá h¬n 20000. §­êng th¼ng ®i qua mçi ®o¹n th¼ng nµy t¹o víi 2 trôc to¹ ®é nh÷ng tam gi¸c vu«ng c©n. Hai ®o¹n th¼ng bÊt k× trong N ®o¹n th¼ng nµy kh«ng cã ®iÓm chung.

Mét ®o¹n th¼ng ®­îc gäi lµ nh×n thÊy ®­îc tõ gèc to¹ ®é O(0,0), nÕu t×m ®­îc 1 ®iÓm X trªn ®o¹n th¼ng sao cho ®o¹n th¼ng OX kh«ng cã ®iÓm chung víi bÊt cø ®o¹n th¼ng nµo trong c¸c ®o¹n th¼ng cßn l¹i.

***Yªu cÇu***: §Õm sè ®o¹n th¼ng nh×n thÊy ®­îc tõ gèc to¹ ®é.

***D÷ liÖu vµo*** tõ file LINE.INP cã:

|  |  |
| --- | --- |
| LINE.INP | LINE.OUT |
| 4  3 13 11 5  14 1 10 5  10 14 20 4  5 6 10 1 | 3 |

- Dßng ®Çu chøa sè nguyªn N (1≤N≤100) lµ sè l­îng ®o¹n th¼ng

- Mçi dßng trong sè N dßng tiÕp theo chøa 4 sè X1, Y1, X2, Y2 c¸ch nhau bëi 1 kho¶ng tr¾ng. CÆp sè ®Çu biÓu diÔn to¹ ®é ®iÓm ®Çu, cÆp sè sau biÓu diÔn to¹ ®é ®iÓm cuèi cña ®o¹n th¼ng t­¬ng øng.

***KÕt qu¶*** ghi ra tÖp LINE.OUT chøa mét dßng lµ sè l­îng ®o¹n th¼ng nh×n thÊy ®­îc.

* ý t­ëng:

- S¾p xÕp c¸c ®o¹n th¼ng theo thø tù t¨ng dÇn cña kho¶ng c¸ch tõ O(0,0) ®Õn c¸c ®­êng th¼ng ®ã. §ång thêi ®æi to¹ ®é ®iÓm ®Çu vµ ®iÓm cuèi cña mçi ®o¹n sao cho hoµnh ®é ®iÓm ®Çu kh«ng lín h¬n hoµnh ®é ®iÓm cuèi.

- §o¹n th¼ng thø nhÊt sau khi s¾p xÕp lu«n tho¶ m·n ®iÒu kiÖn bµi to¸n

- XÐt ®o¹n th¼ng thø i:

+ Gäi Q1,Q2 lÇn l­ît lµ to¹ ®é c¸c ®iÓm ®Çu mót cã hoµnh ®é nhá nhÊt vµ lín nhÊt trong sè c¸c ®iÓm ®Çu mót cña (i-1) ®o¹n th¼ng ®· xÐt tr­íc ®ã

+ Do ®­êng th¼ng ®i qua mçi ®o¹n th¼ng t¹o víi 2 trôc to¹ ®é nh÷ng tam gi¸c vu«ng c©n vµ 2 ®o¹n th¼ng bÊt k× kh«ng cã ®iÓm chung nªn nÕu tia OQ1 hoÆc tia OQ2 c¾t ®o¹n th¼ng thø i th× ®o¹n th¼ng thø i ®­îc xem lµ tho¶ m·n ®iÒu kiÖn bµi to¸n.

**BÀI TẬP LÀM THÊM**

1. **Tìm phần chưa bị phủ bởi tập hình chữ nhật cho trước:**

Trên mặt phẳng tọa độ, một hình chữ nhật với các cạnh song song với các trục tọa độ được xác định bởi hai đỉnh đối tâm. Cho N hình chữ nhật có các cạnh song song với các trục tọa độ. Dữ liệu vào từ file văn bản HCN.INP: dòng thứ nhất là số nguyên dương N (N<=30). Trong N dòng tiếp theo mỗi dòng ghi 4 số là tọa độ của hai đỉnh đối tâm của một hình chữ nhật. Các số là số nguyên không quá 100. Hãy xác định hình chữ nhật S nhỏ nhất chứa tất cả hình chữ nhật đã cho và tính diện tích của phần hình S không nằm trong hình chữ nhật nào trong N hình đã cho (ghi file kết quả).

Ý tưởng: Hình s có tọa độ đối tâm trái trên (min\_X,maxy), phải dưới (max\_x, min\_y). Trong hình chữ nhật S, kéo dài các cạnh hình chữ nhật. Khi đó hình S xuất hiện các ô (có dạng hình chữ nhật): hoặc ô này thuộc một hình chữ nhật nào đó trong các hcn đã cho hoặc ô này không thuộc bất kỳ hình chữ nhật đã cho nào. Tính các ô không thuộc hình chữ nhật đã cho nào chính là diện tích phần hình S không nằm trong số N hình trên.

1. **Dãy bảng quảng cáo:**

Có N bảng quảng cáo, mỗi bảng có dạng hình chữ nhật. Bảng thứ i xác định bởi tọa độ trên trái (Xi,Yi) và tọa độ dưới phải (Ui,Vi). Các tọa độ nguyên không âm, không vượt quá 32767. Các bảng quảng cáo được hiển thị trên một bảng thông tin điện tử lần lượt từ 1 🡪 N theo các chế độ cửa sổ đè lên nhau, bảng 1 nằm dưới, bảng N nằm trên cùng. Để điều khiển bảng quảng cáo người ta dùng lệnh:

T i: đưa bảng i lên đầu.

B i: đưa bảng i về cuối.

U i j: đưa bảng i lên trước bảng i+j, nếu i+j>N thì phép này tương đương T i.

D i j: đưa bảng i xuống sau bảng i-j, nếu i-j<1 thì phép này tương đương B i.

R i: xoay bảng i góc 900, tâm quay là góc trên phải.

C i: tính diện tích phần nhìn thấy được của bảng i.

Sau mỗi câu lệnh ( trừ câu lênh C ) dãy các bảng được đánh số lại theo chiều từ dưới lên trên là 1 đến N. Hãy lập trình nhập N, tọa độ các bảng, các lệnh điều khiển, đưa ra kết quả thực hiện các lệnh C, với mỗi lệnh C cần đưa ra diện tích phần nhìn thấy được và tỉ lệ phần trăm nhìn thấy so với toàn bảng.

Dữ liệu vào file RECLAM.INP:

* Dòng đầu ghi số nguyên N.
* N dòng tiếp theo mỗi dòng ghi số nguyên X,Y,U,V
* Các dòng tiếp theo mỗi dòng một lệnh điều khiển.

Kết quả ghi ra file RECLAM.OUT, mỗi dòng ứng với 1 lệnh C của file dữ liệu vào, gồm 1 số nguyên và một số thực với 2 chữ số phần thập phân ( diện tích và tỉ lệ phần trăm). (N<=100).

VD:

|  |  |
| --- | --- |
| RECLAM.INP | RECLAM.OUT |
| 3  10 30 40 10  20 20 60 0  0 40 30 0  U 1 20  C 2 | 800 66.67 |

Phần màu đen là phần hình chữ nhật cần tính.

**Ý tưởng:**

**Áp dụng bài toán 1** ta tính được S1 là diện tích do i-1 hình nằm phía trên hình I tạo thành, và tính được S2 là diện tích do i hình này tạo thành. Phần nhìn thấy của hình thứ i là S2-S1.

**Pháo đài**

Một vương quốc có N pháo đài đánh số từ 1 đến N, N<1000. Mỗi pháo đài được xác định bởi tọa độ trên mặt phẳng tọa độ là hai số thực, không có pháo đài nào thẳng hàng. Việc bảo vệ được bố trí như sau:

Vòng 1 gồm các pháo đài mà đa giác có đỉnh là chúng bao mọi pháo đài khác và có chu vi nhỏ nhất trong mọi đa giác như vậy. Với mỗi pháo đài vòng 1, một lính được gửi đến.

Vòng 2 gồm các pháo đài chọn theo cách chọn vòng 1 đối với các pháo đài không thuộc vòng 1. Với mỗi pháo đài vòng 2, hai lính được gửi đến. Cứ như thế đến khi pháo đài đều thuộc một vòng bảo vệ.

Hãy cho biết mỗi pháo đài có bao nhiêu lính được gửi đến.

Dữ liệu vào file “Phaodai.inp” trong đó dòng 1 ghi N, N dòng tiếp theo ghi tọa độ của pháo đài thứ i.

Dữ liệu ra file “ Phaodai.out” gồm N dòng, dòng thứ i là số lính gửi đến pháo đài i.

VD

|  |  |
| --- | --- |
| Phaodai.inp | Phaodai.out |
| 5  8 2  2 4  17 4  6 5  8 7 | 1  1  1  2  3 |

|  |
| --- |
| **Ý tưởng:**  Dùng thuật toán bao lồi giải quyết.  Vòng 1 gồm các pháo đài lập thành bao lồi tất cả pháo đài, vòng 2 gồm các pháo đài lập thành bao lồi của tập mọi pháo đài thuộc vòng 1,….. Tổng quát, vòng i gồm các pháo đài lập thành bao lồi của tập mọi pháo đài không thuộc vòng 1,…,i-1  **Nối điểm đen trắng** |

Trên trục số thực cho n điểm đen và n điểm trắng hoàn toàn phân biệt. Các điểm đen có tọa độ nguyên a1, a2, …, an còn các điểm trắng có tọa độ nguyên b1, b2, …, bn. Người ta muốn chọn ra k điểm đen và k điểm trắng để nối mỗi một điểm đen với một điểm trắng sao cho k đoạn thẳng tạo được đôi một không có điểm chung.

**Yêu cầu:** Cho tọa độ của n điểm đen a1, a2, …, an và tọa độ của điểm trắng b1, b2, …, bn. Hãy tìm giá trị k lớn nhất thỏa mãn yêu cầu trên.

**Dữ liệu:**

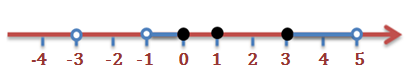
* Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương n (n <= 10^5).
* Dòng thứ hai chứa các số a1, a2, …, an (|ai| <= 10^9, i = 1, 2,…, n)
* Dòng thứ ba chứa các số b1, b2, …, bn (|bi| <= 10^9, i = 1, 2,…, n)

      Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra một số nguyên duy nhất là số k lớn nhất tìm được

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| Dữ liệu | Kết quả |
| 3  0 3 1  -3 5 -1 | 2 |



Ta sắp xếp các điểm đen và điểm trắng theo toạ độ

rồi chọn các cặp đen trắng kề nhau

|  |
| --- |
| **Hình chữ nhật bốn màu** |

Trên mặt phẳng tọa độ Đề các vuông góc Oxy cho n điểm phân biệt Ai(xi, yi) i = 1, 2, 3, …, n.   Mỗi điểm Ai được tô bởi màu Ci thuộc {1, 2, 3, 4}. Ta gọi hình chữ nhật bốn màu là hình chữ nhật thỏa mãn hai điều kiện sau:

* Bốn đỉnh của hình chử nhật là bốn điểm trong n điểm đã cho và được tô bởi bốn màu khác nhau.
* Các cạnh của hình chử nhật song song với một trong hai trục tọa độ.

**Yêu cầu:** Cho biết tọa độ và màu của n điểm, hãy đếm số lượng hình chữ nhật bốn màu.

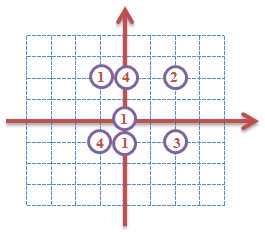
**Dữ liệu:**

* Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n (4 <= n <= 10^5) là số lượng điểm trên mặt phẳng.
* Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa ba số nguyên xi, yi, ci (|xi|, |yi| <= 200)  là thông tin về tọa độ và màu của điểm thứ i (i = 1, 2, 3, .., n).
* Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra trên một dòng số lượng hình chữ nhật đếm được.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Dữ liệu** | **Kết quả** |
| 7  0 0 1  0 1 4  2 1 2  2 -1 3  0 -1 1  -1 -1 4  -1 1 1 | 2 |



**Ràng buộc:** 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có 4 <= n <= 100

Với bài này ta gán mỗi màu cho một bit từ 0 đến 3, sau đó có thể quy hoạch động để đếm như sau:

Cố định 2 dòng i và j, ta đếm số hình chữ nhật 4 màu có cạnh nằm trên dòng i và j như sau:

Gọi F(c) là số cặp đỉnh có màu là c (c là tổng màu của 2 đỉnh đó) thì số hình chữ nhật 4 màu nhận được từ 2 đỉnh đó là F(15 - c).

|  |
| --- |
| Ruộng bậc thang |

Ở các vùng cao hiếm đất cùng mặt bằng để canh tác, khi tiến hành trồng trọt trên các sườn đồi núi có đất màu, người ta phải bạt tam cấp để tạo thành những vạt đất bằng. Khu vực đất dốc dùng để canh tác như vậy gọi là ruộng bậc thang. Hình ảnh các khu ruộng bậc thang vẫn luôn là một hình ảnh đẹp ở các vùng cao khiến du khách và các nhà nhiếp ảnh đam mê và tốn không ít phim ảnh. Gia đình Hoàng có một khu ruộng bậc thang bao quanh một ngọn đồi được chia thành các khoang bậc thang, mỗi khoang trồng một loại cây. Khi nhìn từ trên cao xuống, ta thấy các khoang bậc thang này có hình dạng của các đa giác lồi lồng nhau. Ngoại trừ khoang chứa đỉnh đồi có biên là một đa giác lồi chứa đỉnh đồi, mỗi khoang còn lại được xác định bởi hai đa giác lồng nhau: đa giác có diện tích lớn hơn được gọi là biên ngoài của khoang còn đa giác có diện tích nhỏ hơn được gọi là biên trong của khoang. Mỗi khoang có màu đặc trưng của loại cây được trồng ở khoang đó. Vốn là một người say mê chụp ảnh, muốn có một bức ảnh đẹp, Hoàng tìm cách thay đổi không quá k loại cây được trồng ở k khoang để khi nhìn từ trên cao xuống sẽ thấy một vùng cùng màu có diện tích lớn nhất. Hoàng đã ghi nhận được danh sách m đa giác lồi mô tả biên ngoài của m khoang và màu tương ứng của chúng. Do sơ xuất, Hoàng đã để các thông tin về các khoang trong danh sách bị xáo trộn, không còn được liệt kê theo đúng trình tự từ khoang trong đến khoang ngoài.

**Yêu cầu:**Cho biết thông tin về danh sách mà Hoàng đã ghi nhận và số nguyên k, hãy tìm cách thay đổi không quá k loại cây được trồng ở k khoang để khi nhìn từ trên cao xuống sẽ thấy một vùng cùng màu có diện tích lớn nhất.

**Dữ liệu vào:**

* Dòng đầu chứa hai số nguyên dương m, k (k ≤ m);
* Dòng thứ i trong số m dòng tiếp theo chứa thông tin về khoang thứ i trong danh sách mà Hoàng ghi nhận bao gồm:
  + Đầu tiên là số nguyên ni là số đỉnh của đa giác lồi mô tả biên ngoài của khoang;
  + Tiếp theo là số nguyên ci thể hiện màu của khoang (1 ≤ ci ≤ m);
  + Cuối cùng là ni cặp số nguyên, mỗi số có trị tuyệt đối không quá 109, là tọa độ của một đỉnh của đa giác. Các đỉnh của đa giác được liệt kê theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ.

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

**Dữ liệu ra:**

* Ghi ra một số thực là diện tích vùng cùng màu lớn nhất sau khi thay đổi không quá k loại cây được trồng ở k khoang (kết quả đưa ra với độ chính xác 1 chữ số sau dấu chấm thập phân).

**Ràng buộc:**

* Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: m ≤ 10; k = 1; các đa giác mô tả biên ngoài của các khoang là hình chữ nhật;
* Có 40% số test khác ứng với 40% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: m ≤ 10; các đa giác mô tả biên ngoài của các khoang là tam giác;
* Có 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: m, ni ≤ 1000.

### **Ví dụ:**

**Input:**

3 1

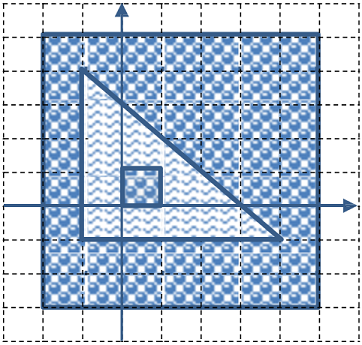
4 1 0 0 1 0 1 1 0 1

4 1 -2 -3 5 -3 5 5 -2 5

3 2 -1 -1 4 -1 -1 4

**Output:**

56.0



Ý tưởng:

– Sort tăng dần các đa giác theo diện tích

– Tìm dãy các đa giác dài nhất cùng màu.

– Ta cần biết vị trí của các khoang theo đúng thứ tự (ví dụ từ trong ra ngoài). Ta có nhận xét là đa giác của khoang trong luôn có diện tích nhỏ hơn đa giác của khoang ngoài. Vì thế, ta chỉ cần sắp xếp các đa giác theo diện tích của chúng. Công thức tính diện tích 1 đa giác bất kì:

S=1/2 ∑(x[i]-x[i+1])\*(y[i]+y[i+1]) (với i=[1..n], quy ước điểm thứ n+1 chính là điểm 1).

– Sau khi sắp xếp, ta có thể tính được diện tích từng khoang (diện tích khoang thứ i=s[i]-s[i-1]).

– Bài toán đặt ra bây giờ là tìm đoạn khoang có diện tích lớn nhất nằm giữa 2 đa giác. Đầu tiên, ta cố định điểm trái của vùng cần xét O(m). Từ điểm này, tìm điểm phải nhất có số khoang cần đổi màu không quá k (nói cách khác là c-st<=k, với c là tổng số khoang của vùng, st là số khoang cùng màu của vùng)

|  |
| --- |
| **Trại bò tót** |

Ông Bảo là chủ của một trang trại, đang nuôi một đàn bò trên khu đất hình chữ nhật chia thành lưới mxn ô vuông đơn vị. Các hàng của lưới được đánh số từ 1 tới m từ trên xuống, và các cột của lưới được đánh số từ 1 tới n từ trái qua phải. Ô nằm trên giao điểm của hàng i và cột j được gọi là ô (i, j). Tại tâm của một số ô đã cắm cọc, mỗi cọc để buộc một con bò. Để bảo vệ đàn bò tót quý của mình khỏi những tên trộm, ông Bảo thuê Hùng tìm một thửa đất có dạng hình thoi (mà theo quan niệm của ông Bảo là biểu tượng cho may mắn) trong khu đất để nhốt đàn bò của mình. Thửa đất hình thoi có tâm tại ô (x0,y0) và bán kính là r là tập hợp tất cả các ô có tọa độ (x, y) thỏa mãn |x – x0| + |y – y0| <= r. Do bò tót là các con vật rất hung dữ, nên ông Bảo yêu cầu trong thửa đất tìm được không có hai ô có cọc nào lại có cạnh chung.

**Yêu cầu**: Giúp Hùng xác định thửa đất có dạng hình thoi nằm trọng vẹn trong khu đất với số cọc cột bò là nhiều nhất đáp ứng yêu cầu của ông Bảo.

**Dữ liệu**:

-        Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên m và n xác định kích thước của khu đất của ông Bảo.

-        Dòng  thứ i trong m dòng sau chứa n kí tự liền nhau, mỗi kí tự xác định trạng thái của một thửa đất: ‘\*’ nếu ô đất có cắm cọc và ‘.’ nếu ô đất đó không cắm cọc.

**Kết quả**: Đưa ra 4 số nguyên S, x0, y0, r được ghi cách nhau một dấu cách, trong đó: S là tổng số cọc trong thửa đất được chọn; x0, y0 là tọa độ tâm và r là bán kính của thửa đất đó. Nếu có nhiều lời giải hãy đưa ra một lời giải bất kỳ.

**Ví dụ**:

|  |  |
| --- | --- |
| INPUT | OUTPUT |
| 2 3  ...  ..\* | 1 2 3 0 |
| 3 3  \*.\*  ...  \*.\* | 1 1 1 0 |
| 3 3  .\*.  \*.\*  .\*. | 4 2 2 1 |

Ý tưởng:

Chia hình thoi thành 4 tam giác vuông.  
F1(i, j) = độ dài cạnh lớn nhất của tam giác vuông có đỉnh góc vuông là (i, j) và 2 cạnh của nó hướng lên trên và sang trái.  
Như vậy:

* F1(i, j) = 0 nếu ô (i, j) và (i-1, j) hoặc (i, j-1) có cọc.
* Ngược lại F1(i, j) = 1 + max(F1(i-1, j), F1(i,j-1))

Tương tự tính 4 tam giác 4 hướng: F1, F2, F3, F4.

Sau đó ở (i, j) thì hình thoi lớn nhất có tâm ở (i, j) là min(F1(i,j), F2(i,j), F3(i,j), F4(i,j)

// Tìm thửa ruộng lớn nhất với `k` có ý nghĩa như trong đề,

// `c` là màu được chọn, các thửa ruộng có màu khác sẽ phải

// chuyển về `c`.

// `a` là mảng mô tả các thử ruộng với `first` là diện tích

// thửa ruộng, `second` là màu của thửa ruộng.

// Mảng f có ý nghĩa:

// f[i] là số thửa ruộng cần đổi màu để chuyển

// tất cả các thử ruộng từ 0 đến i về màu c.

// Vì kết quả tính được là 2 lần diện tích

// nên ta thực hiện chia 2 như bên dưới để

// tránh sử dụng số thực.

Ngay từ đầu đề bài đã đề cập đến phần hình học.

– Ta cần biết vị trí của các khoang theo đúng thứ tự (ví dụ từ trong ra ngoài). Ta có nhận xét là đa giác của khoang trong luôn có diện tích nhỏ hơn đa giác của khoang ngoài. Vì thế, ta chỉ cần sắp xếp các đa giác theo diện tích của chúng. Công thức tính diện tích 1 đa giác bất kì:

S=1/2 ∑(x[i]-x[i+1])\*(y[i]+y[i+1]) (với i=[1..n], quy ước điểm thứ n+1 chính là điểm 1).

– Sau khi sắp xếp, ta có thể tính được diện tích từng khoang (diện tích khoang thứ i=s[i]-s[i-1]).

– Bài toán đặt ra bây giờ là tìm đoạn khoang có diện tích lớn nhất nằm giữa 2 đa giác. Ta dùng đếm phân phối để giải quyết. Đầu tiên, ta cố định điểm trái của vùng cần xét O(m). Từ điểm này, tìm điểm phải nhất có số khoang cần đổi màu không quá k (nói cách khác là c-st<=k, với c là tổng số khoang của vùng, st là số khoang cùng màu của vùng) O(m). – Kết quả bài toán là kết quả tối ưu trong các giá trị đã xét. Độ phức tạp ~O(m^2).